c) $d(I,P)=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ donc P et S sont tangent en H, projeté orthogonal de I sur P.

Soit D la droite perpendiculaire à P passant par I donc $D:\begin{cases}x=\alpha+1\\y=\alpha-1,\alpha\in\mathbb{R}\\z=\alpha\end{cases}$

$H(x,y,z)\in D\cap P\Leftrightarrow\begin{cases}x=\alpha+1\\y=\alpha-1\\z=\alpha\\x+y+z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\alpha+1\\y=\alpha-1\\z=\alpha\\3\alpha-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=1\\x=2\\y=0\\z=1\end{cases}$, il en résulte que $H(2,0,1)$.

Corrigé d'exercice N°9 : 2015 cor

1/ $x^2+y^2+z^2-2x+2y-23=0\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=25$. Il en résulte que (S) est la sphère de centre $I(1,-1,0)$ et de rayon $R=5$.

2/ a) $\vec{JI}\begin{pmatrix}2\\-2\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{JM}\begin{pmatrix}x+1\\y-1\\z-1\end{pmatrix}$. $M\in(P)\Leftrightarrow\vec{JI}.\vec{JM}=0\Leftrightarrow 2x-2y--z+5=0$. Il en résulte que (P) est le plan d'équation $2x-2y--z+5=0$.

b) $d(I,P)=\dfrac{|2+2+5|}{\sqrt{4+4+1}}=3<5$ donc (S) et (P) sont sécants suivant un cercle (C) de rayon $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{25-9}=4$ et de centre le projeté orthogonal de I sur (P), or $J\in(P)$ et $\vec{JI}$ est normal à (P), on en déduit que J est le projeté orthogonal de I sur (P), par suite J est le centre de (C).

3/ a) $\vec{AI}\begin{pmatrix}6\\-6\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{JI}\begin{pmatrix}2\\-2\\-1\end{pmatrix}$ donc $\vec{AI}=3\vec{JI}$ par suite les vecteurs $\vec{AI}$ et $\vec{JI}$ sont colinéaires, d'où $A\in(IJ)$.

b) $AJ=\sqrt{16+16+4}=6$.

4/ a) On sait que $\begin{cases}A\in(IJ)\\(IJ)\perp(P)\text{ en J}\\M\in(C)\subset(P)\end{cases}$. il en résulte que le triangle AJM est rectangle en J.

b) $AM=\sqrt{AJ^2+JM^2}=\sqrt{36+16}=2\sqrt{13}$.

c) Pour tout M du cercle (C), $AM=2\sqrt{13}$ donc $M\in(S')$, il en résulte que $(C)\subset(S')$ et puisque $(C)\subset(P)$, on en déduit que l'intersection de (P) et (S') est le cercle (C).

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Librairie Devoir.TN
53 04 42 33 | 99 06 27 69